► Oefening: Determinanten, minoren en cofactoren

1. Hoe kunnen we snel nagaan dat A = $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ geen inverse heeft?

2. Gegeven:

A = $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$ met det A = $\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}$

Gevraagd: Bepaal de minor van a_{11}, a_{12}, a_{21} en a_{22}

3. Gegeven:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix} \text{ met det } A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

Gevraagd: Bepaal de minor van $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}$ en a_{33}

4. <u>Gegeven</u>:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix} \text{ met det } A = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}$$

<u>Gevraagd</u>: Bepaal de cofactor van a_{11}, a_{12}, a_{21} en a_{22}

5. <u>Gegeven</u>:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix} \text{ met det } A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

<u>Gevraagd</u>: Bepaal de cofactor van $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}$ en a_{33}

6. a) Pas de methode van Laplace toe om te ontwikkelen naar de eerste rij en zo de determinant te vinden. Ontwikkel eveneens naar de derde kolom én toon zo aan dat de som van de producten van alle elementen van een rij of kolom van een 3x3-determinant, elk met eigen cofactor, onafhankelijk is van de gebruikte rij of kolom. Werk met A = $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 3 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$.

b) Gebruik de regel van Sarrus om de determinant van bovenstaande 3x3-matrix te vinden.

7. Bereken de determinant van onderstaande 4x4-matrix. Doe dit door te ontwikkelen naar de derde kolom!

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 5 \\ 1 & 9 & 8 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

8. Toon aan dat de determinant van een matrix gelijk is aan de determinant van de getransponeerde matrix. Werk met de matrix A = $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$.

9. In de matrix A = $\begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 5 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ verwisselen we de eerste twee rijen en vinden zo de matrix B = $\begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 2 \\ 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}$. Wat kunnen we besluiten over det A en det B? Toon duidelijk aan!

10. Wat kunnen we besluiten over de determinant van een matrix met twee gelijke rijen?
Toon duidelijk aan door gebruik te werken met A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix}$

11. Gegeven:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 9 & 11 & -6 \end{bmatrix} \text{ met det } A = 14$$

Gevraagd: Toon aan dat de determinant vermenigvuldigd wordt met 5 als we de elementen van de eerste rij vermenigvuldigen met 5.

12. Bewijs dat det A = $\begin{vmatrix} x+2 & x+4 & x+6 \\ x+8 & x+10 & x+12 \\ x+14 & x+16 & x+18 \end{vmatrix}$ gelijk is aan nul.